

物理レポート

2006年06月06日提出

1060301034 山田良太
理学部情報数理科学科 1回生

http://www.geocities.jp/ryota_yama_2006/study/study.html

2006年6月6日

問題 1

1. $x(t) = e^{\lambda t}$ と仮定すると

$$\frac{dx(t)}{dt} - 2x(t) = 0 \iff \lambda e^{\lambda t} - 2e^{\lambda t} = (\lambda - 2)e^{\lambda t} = 0$$

$$\therefore \lambda = 2 \text{ より、} x(t) = Ce^{2t}$$

2. $x(t) = e^{\lambda t}$ と仮定すると

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} - 4\frac{dx(t)}{dt} + 3x(t) = 0 \iff (\lambda - 1)(\lambda - 3)e^{\lambda t} = 0$$

$$\therefore \lambda = 1, 3 \text{ より、} x(t) = C_1e^t + C_2e^{3t}$$

3. $x(t) = e^{\lambda t}$ と仮定すると

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 4x(t) = 0 \iff (\lambda^2 + 4)e^{\lambda t} = 0 \quad \therefore \lambda = \pm 2i$$

$$\text{よって } x(t) = C_1e^{2it} + C_2e^{-2it} = (A_1 + B_1i)(\cos 2t + i \sin 2t) + (A_2 + B_2i)(\cos 2t - i \sin 2t)$$

$$= (A_1 \cos 2t + A_2 \cos 2t - B_1 \sin 2t + B_2 \sin 2t) + (B_1 \cos 2t + A_1 \sin 2t + B_2 \cos 2t - A_2 \sin 2t)i$$

で、虚部 = 0 より、 $B_1 = -B_2, A_1 = A_2$ なので、

$$x(t) = 2A_1 \cos 2t - 2B_1 \sin 2t$$

問題 2

1. $x(t) = e^{\lambda t}$ と仮定すると

$$\lambda^2 - 4\lambda + 4)e^{\lambda t} = (\lambda - 2)^2 e^{\lambda t} \quad \therefore \lambda = 2$$

よって解の一つとして $x(t) = e^{2t}$

2. 1. で得られた解は $x(t) = e^{2t}$

これに t をかけると $x(t) = te^{2t}$

このとき

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} - 4\frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = (4t + 4)e^{2t} - 4(1 + 2t)e^{2t} + 4te^{2t} = 0$$

よってこれも微分方程式 (*) の解である。

3. 解の線型性より $x(t) = C_1e^{2t} + C_2te^{2t}$

問題 3

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta_0)$$

1. $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \theta_0)$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \theta_0)$$

2. $v(t) \leq A\omega$ で $\sin(\omega t + \theta_0) = -1$ のとき $v(t)$ は最大。

$$\text{このとき、} \omega t + \theta_0 = \frac{3}{2}\pi$$

$$\text{ゆえに } x(t) = A \cos \frac{3}{2}\pi = 0$$

3. $a(t)$ が最大の時、 $\cos(\omega t + \theta_0) = -1$ なので

$$x(t) = -A$$

問題 4

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \implies x(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$$

$$v(t) = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t$$

1. $x(0) = C_1 = x_0$ $C_1 = x_0$
2. $v(0) = C_2 \omega = v_0$ $v_0 = \frac{v_0}{\omega}$

問題 5

1. $r_0 + 2x$
2. $m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0$
3. 2. の一般解が $x(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$ と $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
4. 3. よい、

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$
5. $f = kx = k \times 10^{-11}$

$$= 1.14 \times 10^{-8}$$