

数学演習 第11回

山田 良太

大阪府立大学・理学部・情報数理科学科

2006年06月26日 提出

11.1

(1) Blank

(ii) $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ とすると、求める方程式は、 $\mathbf{a} \cdot \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

$$\therefore 2x - 0.5y + z = 2.5$$

(iii) Blank

(iv) この2平面を通る曲面は一般に $(x + y + z + 1) + k(2x + y - 2z - 3) = 0$ で書ける。

これに $(1, 1, 1)$ を代入して、 $(1 + 1 + 1 + 1) + k(2 + 1 - 2 - 3) = 0 \iff k = 2$

$$\therefore 5x + 3y - 3z - 5 = 0$$

11.2

$$(1) A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$V(A) = |2 \cdot 2 \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) \cdot (-1) + 0 \cdot (-1) \cdot (-1) - 0 \cdot 2 \cdot (-1) - (-2) \cdot (-1) \cdot 2 - 2 \cdot (-2) \cdot (-1)| \\ = |8 - 4 + 0 - 0 - 4 - 4| = 4 \quad \therefore V(A) = 4 \dots \dots (\text{答})$$

$$(2) B = \begin{bmatrix} 13 & -2 & 26 \\ -1 & 2 & -2 \\ -7 & -1 & -14 \end{bmatrix}$$

$$V(B) = |13 \cdot 2 \cdot (-14) + (-2) \cdot (-2) \cdot (-7) + 26 \cdot (-1) \cdot (-1) - 26 \cdot 2 \cdot (-7) - (-2) \cdot (-1) \cdot 13 - (-14) \cdot (-2) \cdot (-1)| \\ = |-364 - 28 + 26 + 364 - 26 + 28| = 0 \quad \therefore V(B) = 0 \dots \dots (\text{答})$$

11.3

$$(1) \begin{cases} 3z - 2y = 1 \\ 4x - y = 3 \end{cases} \iff \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & | & 1 \\ 4 & -1 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -5 & 0 & | & -5 \\ 4 & -1 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 1 \\ -4 & 1 & | & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & | & 1 \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dots \dots (\text{答})$$

$$(2) \begin{cases} 2x - 2y + z = -4 \\ x + 2y - 2z = 6 \\ -2x + y + 2z = -3 \end{cases} \iff \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & | & -4 \\ 1 & 2 & -2 & | & 6 \\ -2 & 1 & 2 & | & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & | & 2 \\ 1 & 2 & -2 & | & 6 \\ -1 & 3 & 0 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & | & 2 \\ -5 & 2 & 0 & | & 2 \\ -1 & 3 & 0 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & | & 2 \\ 0 & -13 & 0 & | & -13 \\ -1 & 3 & 0 & | & 3 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & | & 2 \\ 0 & -1 & 0 & | & -1 \\ -1 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & | & 2 \\ 0 & -1 & 0 & | & -1 \\ -1 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \dots \dots (\text{答})$$

11.4

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & | & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & | & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & | & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & | & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & | & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & | & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & | & \frac{3}{4} & \frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ -2 & 0 & 0 & | & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & 1 & 0 & | & -\frac{3}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} \\ 0 & 0 & 1 & | & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad cd \quad \therefore \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{3}{8} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & -\frac{5}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \dots \dots (\text{答})$$